数学Ⅰ・数学A

（全　問　必　答）

第1問 （配点　20）

〔1〕 長方形ABCDにおいて，$AB = CD = 8$，$BC = DA = 12$とする。辺AB上に点P，辺BC上に点Q，辺CD上に点Rを

$$AP = BQ = CR$$

となるようにとり，$AP = x$とおく（$0 < x < 8$）。このとき，台形PBCRの面積は $\boxed{\text{アイ}}$ である。また，△PQRの面積Sは

$$S = x^2 - \boxed{\text{ウエ}}\,x + \boxed{\text{オカ}}$$

である。$S < 24$となるxの範囲は

$$\boxed{\text{キ}} < x < \boxed{\text{ク}}$$

である。

（数学Ⅰ・数学A第1問は次ページに続く。）

〔2〕 次の $\boxed{\text{ケ}}$ ～ $\boxed{\text{シ}}$ に当てはまるものを，下の⓪～③のうちから一つずつ選べ。ただし，同じものを繰り返し選んでもよい。

自然数 m, n について，条件 p, q, r を次のように定める。

p ： $m+n$ は 2 で割り切れる

q ： n は 4 で割り切れる

r ： m は 2 で割り切れ，かつ n は 4 で割り切れる

また，条件 p の否定を $\overline{p}$，条件 r の否定を $\overline{r}$ で表す。このとき

p は r であるための $\boxed{\text{ケ}}$。

$\overline{p}$ は $\overline{r}$ であるための $\boxed{\text{コ}}$。

「p かつ q」は r であるための $\boxed{\text{サ}}$。

「p または q」は r であるための $\boxed{\text{シ}}$。

⓪ 必要十分条件である

① 必要条件であるが，十分条件でない

② 十分条件であるが，必要条件でない

③ 必要条件でも十分条件でもない

第2問 (配点 25)

a, b を定数とし, $a \neq 0$ とする。2次関数

$$y = ax^2 - bx - a + b \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots ①$$

のグラフが点$(-2,\ 6)$を通るとする。

このとき

$$b = -a + \boxed{\text{ア}}$$

であり, グラフの頂点の座標を a を用いて表すと

$$\left(\frac{-a + \boxed{\text{イ}}}{\boxed{\text{ウ}}\,a},\ \frac{-\left(\boxed{\text{エ}}\,a - \boxed{\text{オ}}\right)^2}{\boxed{\text{カ}}\,a} \right)$$

である。

(数学Ⅰ・数学A第2問は次ページに続く。)

さらに，２次関数①のグラフの頂点の y 座標が -2 であるとする。このとき，a は

$$\boxed{\text{キ}}\,a^2-\boxed{\text{クケ}}\,a+\boxed{\text{コ}}=0$$

を満たす。これより，a の値は

$$a=\boxed{\text{サ}},\ \frac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}}$$

である。

以下，$a=\dfrac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}}$ であるとする。

このとき，２次関数①のグラフの頂点の x 座標は $\boxed{\text{セ}}$ であり，①のグラフと x 軸の２交点の x 座標は $\boxed{\text{ソ}}$，$\boxed{\text{タ}}$ である。ただし，$\boxed{\text{ソ}}$ と $\boxed{\text{タ}}$ は解答の順序を問わない。

また，関数①は $0 \leqq x \leqq 9$ において

$x=\boxed{\text{チ}}$ のとき，最小値 $\boxed{\text{ツテ}}$ をとり

$x=\boxed{\text{ト}}$ のとき，最大値 $\dfrac{\boxed{\text{ナニ}}}{\boxed{\text{ヌ}}}$ をとる。

第3問 (配点　30)

$\triangle$ABC において，AB $= 7$，BC $= 4\sqrt{2}$，$\angle$ABC $= 45^\circ$ とする。
また，$\triangle$ABC の外接円の中心を O とする。

このとき，CA $=$ $\boxed{\text{ア}}$ であり，外接円 O の半径は $\dfrac{\boxed{\text{イ}}}{\boxed{\text{ウ}}}\sqrt{\boxed{\text{エ}}}$ である。

外接円 O 上の点 A を含まない弧 BC 上に点 D を CD $= \sqrt{10}$ であるようにとる。$\angle$ADC $=$ $\boxed{\text{オカ}}^\circ$ であるから，AD $= x$ とすると x は 2 次方程式

$$x^2 - \boxed{\text{キ}}\sqrt{\boxed{\text{ク}}}\,x - \boxed{\text{ケコ}} = 0$$

を満たす。$x > 0$ であるから AD $=$ $\boxed{\text{サ}}\sqrt{\boxed{\text{シ}}}$ となる。

(数学Ⅰ・数学A第3問は次ページに続く。)

下の $\boxed{\text{ス}}$, $\boxed{\text{セ}}$, $\boxed{\text{ツ}}$ には，次の⓪～⑤のうちから当てはまるものを一つずつ選べ。ただし，同じものを繰り返し選んでもよい。

⓪ AC　① AD　② AE　③ BA　④ CD　⑤ ED

点Aにおける外接円Oの接線と辺DCの延長の交点をEとする。このとき，$\angle\text{CAE} = \angle\boxed{\text{ス}}\text{E}$ であるから，△ACEと△D$\boxed{\text{セ}}$は相似である。
これより

$$\text{EA} = \frac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}}}\sqrt{\boxed{\text{チ}}}\,\text{EC}$$

である。また，$\text{EA}^2 = \boxed{\text{ツ}}\cdot\text{EC}$ である。したがって

$$\text{EA} = \frac{\boxed{\text{テト}}}{\boxed{\text{ナ}}}\sqrt{\boxed{\text{ニ}}}$$

であり，△ACEの面積は $\dfrac{\boxed{\text{ヌネ}}}{\boxed{\text{ノ}}}$ である。

第4問 (配点 25)

さいころを3回投げ，次の規則にしたがって文字の列を作る。ただし，何も書かれていないときや文字が1つだけのときも文字の列と呼ぶことにする。

1回目は次のようにする。

- 出た目の数が1， 2のときは，文字Aを書く
- 出た目の数が3， 4のときは，文字Bを書く
- 出た目の数が5， 6のときは，何も書かない

2回目，3回目は次のようにする。

- 出た目の数が1， 2のときは，文字の列の右側に文字Aを1つ付け加える
- 出た目の数が3， 4のときは，文字の列の右側に文字Bを1つ付け加える
- 出た目の数が5， 6のときは，いちばん右側の文字を削除する。ただし，何も書かれていないときはそのままにする

以下の問いでは，さいころを3回投げ終わったときにできる文字の列について考える。

(1) 文字の列がAAAとなるさいころの目の出方は $\boxed{\text{ア}}$ 通りである。

文字の列がABとなるさいころの目の出方は $\boxed{\text{イ}}$ 通りである。

(数学Ⅰ・数学A第4問は次ページに続く。)

(2) 文字の列がAとなる確率は $\dfrac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エオ}}}$ であり，何も書かれていない文字の列となる確率は $\dfrac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キク}}}$ である。

(3) 文字の列の字数が3となる確率は $\dfrac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コサ}}}$ であり，字数が2となる確率は $\dfrac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{スセ}}}$ である。また，文字の列の字数の期待値は $\dfrac{\boxed{\text{ソタ}}}{\boxed{\text{チ}}}$ である。ただし，何も書かれていないときの字数は0とする。